Corrigé

1. La droite d admet pour vecteur directeur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}-2\\-3\\1\end{pmatrix}$.

   La droite d' admet pour vecteur directeur $\overrightarrow{u'}\begin{pmatrix}1\\2\\-1\end{pmatrix}$.

   $\frac{-2}{1} \neq \frac{-3}{2}$ donc $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{u'}$ ne sont pas colinéaires.

   Les droites d et d' ne sont pas parallèles.

   Si les droites sont sécantes, les coordonnées $(x; y; z)$ du point d'intersection vérifient :

   $$\begin{cases} x = -2t+3 = t'-1 & (1) \\ y = -3t+1 = 2t'+2 & (2) \\ z = t+2 = -t'-3 & (3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2t+t' = 4 & (1) \\ 3t+2t' = -1 & (2) \\ t+t' = -5 & (3) \end{cases}$$

   On résout le système composé des équations (1) et (3).

   $$\begin{cases} 2t+t' = 4 & (1) \\ t+t' = -5 & (3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 9 & (1)-(3) \\ t+t' = -5 & (3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 9 \\ t' = -14 \end{cases}$$

   On vérifie la compatibilité de ces deux valeurs avec l'équation (2) du système initial :

   $-3t + 2t' = 3 \times 9 + 2 \times (-14) = -1.$

   Le système admet comme solution $(t; t') = (9; -14)$

   En remplaçant t par 9 dans la représentation paramétrique de la droite d de l'énoncé,
   on trouve : $\begin{cases} x = -2 \times 9 + 3 = -15 \\ y = -3 \times 9 + 1 = -26 \\ z = 9 + 2 = 11 \end{cases}$.

   Si l'on avait remplacé t' par -14 dans la représentation paramétrique de la droite d' de l'énoncé, on aurait trouvé les mêmes valeurs.

   Conclusion : les droites d et d' sont coplanaires, sécantes et leur point d'intersection a pour coordonnées $(15; -26; 11)$.

2. La droite d admet pour vecteur directeur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}1\\2\\-1\end{pmatrix}$.

   La droite d' admet pour vecteur directeur $\overrightarrow{u'}\begin{pmatrix}3\\-2\\1\end{pmatrix}$.

   $\frac{1}{3} \neq \frac{2}{-2}$ donc $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{u'}$ ne sont pas colinéaires. Les droites d et d' ne sont pas parallèles.

Si les droites sont sécantes, les coordonnées $(x;y;z)$ du point d'intersection vérifient :

$$\begin{cases} x = t-1 = 3t' \\ y = 2t+2 = -2t'+1 \\ z = -t-3 = t'+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3t'+1 \\ 2(1+3t')+2 = -2t'+1 \\ -(3t'+1)-3 = t'+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3t'+1 \\ t' = -\frac{3}{8} \\ t' = -\frac{5}{4} \end{cases}$$

Ce système n'est pas compatible. Les droites d et d' ne sont pas sécantes.

d et d' ne sont ni parallèles, ni sécantes. Elles ne sont donc pas coplanaires.

3. La droite d admet pour vecteur directeur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 6 \end{pmatrix}$.

   La droite d' admet pour vecteur directeur $\overrightarrow{u'}\begin{pmatrix} 3 \\ -\frac{9}{2} \\ 9 \end{pmatrix}$.

   On constate que $\overrightarrow{u'} = \frac{3}{2}\overrightarrow{u}$. Les droites d et d' sont parallèles.

   La droite d contient le point $A(7;1;2)$. $A \in d'$ si, et seulement si,

$$\begin{cases} 3t'-1 = 7 \\ -\frac{9}{2}t' = 1 \\ 9t'+5 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t' = \frac{8}{3} \\ t' = -\frac{2}{9} \\ t' = -\frac{1}{3} \end{cases}.$$

   Ce système n'est pas compatible d'où $A \notin d'$. Les droites d et d' sont strictement parallèles.